4. fejezet

A VALÓSZÍNŰSÉGI GONDOLKODÁS FEJLESZTÉSE A BIOLÓGIÁBAN

Szántó Anita Piroska
Nagy Lászlóné
Korom Erzsébet

A valószínűségi gondolkodás fontos szerepet játszik a természettudományos gondolkodásban, de a hétköznapi életben is gyakran használt, a mindennapi döntéshozatalhoz elengedhetetlen gondolkodásforma. Iskolai fejlesztéséhez ismernünk kell a fogalmát, összetevőit és fejlődésének jellemzőit, ezért a fejezet első részében röviden áttekintünk néhány alapvető kutatási eredményt.

A VALÓSZÍNŰSÉG ÉRTELMEZÉSE

Mi is az a valószínűség, és hogyan jelenhet meg a gondolkodásunkban? A valószínűség három leggyakrabban használt megközelítése a klasszikus, a gyakorisági és a szubjektív megközelítés (Fischbein, 1975). A *klasszikus* megközelítésben egy esemény valószínűségét megkapjuk, ha a kedvezőnek tekintett esetek számát elosztjuk az összes lehetséges eset számával. Ennek a modellnek nagy hátránya, hogy csak akkor alkalmazható, ha az egyes kimenetelek egyenlően valószínűek (mint pl. egy szabályos érménél a fej és az írás valószínűsége). A *gyakorisági* megközelítés szerint az esemény valószínűsége nem más, mint az ismételt kísérletvégzés során megfigyelt relatív gyakoriság. A számítási mód előnye, hogy a kimeneteleknek nem szükséges egyenlően valószínűnek lenniük, viszont lényeges hátránya, hogy a kísérletet azonos körülmények között akárhányszor el kell tudnunk végezni ahhoz, hogy akár csak közelítő eredményt is kapjunk. A *szubjektív* valószínűség egy adott személy hitének számszerűsített értéke egy esemény bekövetkeztében. Természeténél fogva függ az adott személy rendelkezésére álló információktól, azok gyarapodásával meg is változhat. Kifejezni leginkább úgy lehet, hogy megkérdezzük az illetőt, milyen arányban fogadna az esemény bekövetkeztére (Szabó, 2013).

Érdemes megemlíteni ezek mellett még a valószínűség *hétköznapi* értelmezését, amelyet Szabó Gábor „common sense" valószínűségnek nevez. Hétköznapi értelemben valószínű az, ami nem lehetetlen és nem is biztos; ugyanakkor a fogalmat egy esemény melletti elköteleződésre is használjuk, például: „valószínű, hogy feketét húzunk" (egy urnából) (Szabó, 2013).

A VALÓSZÍNŰSÉGI GONDOLKODÁS FOGALMA ÉS TERÜLETEI

A valószínűségi gondolkodásnak nincs elfogadott meghatározása, összetettsége miatt általában nem is próbálják meg definiálni (Kovács, 2013). Ha megkísérlik meghatározni, leginkább a gondolkodástípus főbb jellegzetességeinek leírásával teszik. Például Batanero és munkatársai a gondolkodás olyan formájaként írják le, amely lehetővé teszi különböző lehetséges kimenetelek vizsgálatát és kiértékelését bizonytalan, nem determinisztikus helyzetekben, és aminek segítségével képesek vagyunk döntéshozásra és ítéletalkotásra ilyen esetekben is (Batanero, Chernoff, Engel, Lee, & Sánchez, 2016).

Jelen munkában valószínűségi gondolkodáson az olyan helyzetek elemzését és az azokban történő döntéshozást, ítéletalkotást fogjuk érteni, amelyekben a feltételekből vagy a rendelkezésünkre álló információkból nem vonhatók le biztos (determinisztikus) következtetések.

A valószínűségi gondolkodás elemeire vonatkozóan több modell is született. Az egyik Polaki modellje, amely a valószínűségszámítás szempontjából öt releváns területet határoz meg: eseménytér, események valószínűsége, valószínűségek összehasonlítása, feltételes valószínűség, függőség (Polaki, 2005). Ezen fogalmak pontos meghatározását az általános iskolában – két fogalmat (feltételes valószínűség, függőség) csak középiskolában – matematikából tanulják a gyerekek. Ettől függetlenül az iskolai fogalomalkotás előtt is rendelkeznek elképzeléssel róluk, de az egyes összetevők tekintetében a tanulók eltérő fejlettségi szinten lehetnek. A gyerekek valószínűségi gondolkodásával kapcsolatos munkákat jól összefoglalja Peter Bryant és Terezinha Nunes könyve, összhangban a Polaki-féle modellel (Bryant & Nunes, 2012). Ebben négy gondolkodási kritériumot állítottak fel: a véletlenszerűség megértését, az eseménytér megtalálását, a valószínűségek összehasonlítását és kiszámítását (tört, tizedes tört és arány formájában), valamint a korreláció megértését két esemény között. A következőkben ezeket a területeket tekintjük át az említett könyv (Bryant & Nunes, 2012) alapján.

A véletlenszerűség megértése

Véletlenszerű események azok, amelyek az adott helyzetben és információk ismeretében nem megjósolhatók. Bizonyos mértékben már a csecsemők és a kisgyerekek is képesek felismerni a véletlenszerűséget (Denison, Reed, & Xu, 2012; Saffran, Aslin, & Newport, 1996; Xu & Garcia, 2008), és 10 éves koruk körül már meglátják, hogy a véletlenszerűség tesz igazságossá olyan játékokat, mint például a kockadobás. Ezt a kapcsolatot érdemes kihasználni, hogy jobban megértsék a valószínűség mibenlétét. A véletlenszerűség meglátásával kapcsolatban gyakran követünk el hibákat. Gyakori hiba, hogy független, egymás után következő események között tévesen kapcsolatot feltételezünk. Például, ha egy érmével egymás után már négyszer fejet dobtunk, akkor hajlamosabbak vagyunk arra tippelni, hogy írás következik, pedig annak valószínűsége továbbra is 1/2, függetlenül az előző dobásoktól. Általánosan megfogalmazva, ha egy esemény két lehetséges kimenetele közül az egyik már sokszor előfordult, akkor valószínűbb, hogy a következő alkalommal a másik fog bekövetkezni. Ezt a hibát a „szerencsejátékosok tévedésének" szokás nevezni. Másik gyakori hiba, mikor egy kísérlet lehetséges kimenetelei közül az egyik már gyakran (sorozatosan) előfordult, és ezért azt feltételezzük, hogy legközelebb is az fog következni. Erre példa a „kosarasok téveszméje", vagyis az a téves feltételezés, hogy aki bedobta a labdát, az legközelebb is be fogja dobni; általánosabban, aki nyert, az a következő alkalommal is nyerni fog. Ezt a hibát nemcsak a gyerekek (Chiesi & Primi, 2009), hanem sok felnőtt is elköveti (Gilovich, Vallone, & Tversky, 1985).

Az eseménytér

Az eseménytér ismerete, azaz a lehetséges kimenetelek feltárása az első lépés egy konkrét kimenetel valószínűségének kiszámításakor. Ennek tudatában a valószínűség sokszor teljesen nyilvánvalóvá válik. Ugyanis, ha helyesen mérjük fel a kérdéssel kapcsolatos eseményteret, sokkal biztosabban tudjuk megoldani a problémát (Fischbein & Gazit, 1984; LeCoutre, 1992; Van Dooren, Bock, Depaepe, Janssens, & Verschaffel, 2003). Gyakran azonban nem elég leírni az eseménytér elemeit, az egyes események közötti kapcsolatokat is fel kell ismerni. Például, ha két kockával dobunk egyszerre, akkor a lehetséges kimenetelek száma 36, viszont, ha a kérdés a dobott számok összegére irányul, akkor 11 kimenetel lehetséges, ám ezek nem egyformán valószínűek. Közülük kettő egyszer, kettő kétszer, kettő háromszor, kettő négyszer, kettő ötször és egy hatszor szerepel. Így például a 7 összegként kétszer olyan gyakran lép fel, mint a 4 vagy a 10. Ennek a különbségnek a meglátása és megértése sok gyereknek komoly gondot okoz (Abrahamson, 2009). Az eseménytérrel kapcsolatban még egy fontos lehetőségre hívja fel a figyelmet Peter Bryant és Terezinha Nunes: mikor a gyerekek a lehetőségeket mérlegelik, végig kell gondolniuk minden várható kimenetelt, ami az adott kontextusban felmerülhet (Bryant & Nunes, 2012).

A valószínűség kiszámítása

A valószínűség a legtöbb esetben kiszámítható mennyiség, amelyet megadhatunk egy szám, százalék vagy arány formájában is, de a helyzettől függően elég lehet csak annyit megállapítani, hogy több vagy nagyobb-e egy esemény valószínűsége egy másiknál. Már igen fiatal korban rendelkezünk benyomással szélsőséges gyakoriságú események valószínűségét illetően. Erre utal, hogy a csecsemők meglepődnek, ha olyan eseményt látnak, amelynek valószínűsége töredéke más lehetséges eseményeknek (Denison et al., 2012; Xu & Garcia, 2008). Ugyanakkor meglepő, hogy egyszerű valószínűségi számítások elvégzése is problémát okoz sok középiskolás diáknak. A 2004-es PISA-felmérésen szerepelt egy feladat, amelyben arról kellett dönteniük a diákoknak, hogy melyik dobozból húznának inkább, ha fehéret szeretnének: abból, amelyikben egy fehér és két fekete van, vagy abból, amelyikben két fehér és öt fekete. A 15 éves német diákoknak csupán 27%-a tudta helyesen megoldani ezt a feladatot (Martignon & Krauss, 2009). Ennek oka persze az is lehet, hogy nem ismerték fel a kérdés valószínűségi természetét, hanem megérzés alapján, vagy pusztán a fehér golyók számszerű mennyiségét figyelembe véve döntöttek, ami természetesen szintén aggodalomra adhat okot. Peter Bryant és Terezinha Nunes (2012) arra is felhívják a figyelmünket, hogy a valószínűség kiszámításának több helyes módja is van. Egyes kutatások (Fischbein, 1987; Fischbein & Gazit, 1984) szerint a gyerekek jobban szeretnek arányokkal számolni, amit érdemes figyelembe venni a tanítás során. Ha ugyanis arányként gondolkodnak a valószínűségről, akkor a bonyolultabb feladatok megértése, elképzelése komoly gondot jelenthet számukra.

Feltételes valószínűség

Feltételes valószínűséggel akkor kell számolni, ha egy esemény bekövetkezése függ egy másik esemény bekövetkeztétől. Az ezzel való helyes számolás mind felnőtteknek, mind gyerekeknek problémát okozhat (Kahneman & Tversky, 1972). Híres mintapéldája a problémának a fals pozitív teszteredmény egy ritka betegség esetén. A betegség előfordulása 1% a populációban, a mérőeszköz pedig 5%-os valószínűséggel mér fals pozitív eredményt. A kérdés az, hogy ha ebben a populációban valaki pozitív eredményt kap, mekkora valószínűséggel beteg valójában. Erre a hibás válasz a 95%, viszont az eredmény nemcsak a mérőeszköz pontosságán múlik, hanem a betegség gyakoriságán is a populációban. Ezért feltételes valószínűséggel kell számolni, így viszont csak 16% az esély arra, hogy valóban beteg valaki, aki pozitív eredményt kap. A kutatások arra mutattak rá, hogy ha az adatokat nem százalékban vagy arány formájában, hanem konkrét példában (pl. 1% vagy 1/100 helyett 100 emberből 1) adják meg, akkor helyesebben számolnak az emberek (Hoffrage, Gigerenzer, Krauss, & Martignon, 2002; Zhu & Gigerenzer, 2006). Ennek az eredménynek az oktatásban is hasznát vehetjük, elősegítve, hogy a diákok megtalálják a kétféle megadási mód közötti kapcsolatot.

Korreláció

Két esemény együttes előfordulása lehet a véletlen eredménye, de okozhatja valódi kapcsolat is az események között. Gyakran tévesen feltételezünk kapcsolatot két esemény között. A kapcsolat meglétének eldöntéséhez feltétlenül szükséges a véletlenszerűség felismerésének képessége. Ehhez át kell gondolni a korrelációt bizonyító és cáfoló érveket, ami nem könnyű feladat, ugyanis ha a kapcsolat fennállását szeretnénk bizonyítani, hajlamosak vagyunk előtérbe helyezni az ezt alátámasztó érveket, megfeledkezve a cáfolatokról – hasonlóan a téves diagnózist felállító orvoshoz. A tanulók többsége tanul erről, de csak kis részük veszi figyelembe és számol a korrelációt alátámasztó érvekkel és ellenérvekkel együttesen (Adi, Karplus, Lawson, & Pulos, 1978; Batanero, Estepa, Godino, & Green, 1996; Karplus, Adi, & Lawson, 1980).

PÉLDÁK VALÓSZÍNŰSÉGI GONDOLKODÁST FEJLESZTŐ FOGLALKOZÁSOKRA

A valószínűségszámítás és a statisztika 1978 óta része az általános és középiskolai matematika tanterveknek, ezzel a magyar matematikaoktatás viszonylag fiatal témakörének számít. Szükségességét és helyét (főként) az általános iskolai oktatásban a Varga Tamás vezette komplex matematikatanítási kísérlet alapozta meg (Pálfalvi, 2000). A hazai matematika tantervekben – hasonlóan más nemzetközi tantervekhez – a valószínűségszámítás szorosan kapcsolódik a statisztikához. Ennek megfelelően ezekben a dokumentumokban a gyakorisági megközelítést részesítik előnyben, és a valószínűségszámítás mint a statisztikában felmerülő problémák megoldási eszköze szerepel (Batanero et al., 2016).

A fenti témakörök tanításánál fontos szempont, hogy fogalmaik előkészítésénél, bevezetésénél valós problémák idézzék elő a gyakoriság, a relatív gyakoriság, az átlag, a valószínűség kiszámításának igényét (Szendrei & Szendrei, 2011). Ilyen problémák a természettudományos tantárgyak keretében is gyakran felmerülnek (Adey & Csapó, 2012). A valószínűség és a statisztika eszközeinek felfedezése és gyakorlása így nem csak matematikaórán történhet, abban más tantárgyak, a természettudomány és a biológia is részt vehetnek (Nunes & Csapó, 2011).

Az iskolai fejlesztést tekintve fontos szerepük van a megfigyeléseknek, kísérleteknek, vizsgálódásoknak, amelyek során egyre nagyobb önállóságot kaphatnak a diákok. Ezek az egyszerű vizsgálatok megfelelő előkészítéssel kiváló alapként szolgálhatnak a statisztika és valószínűségszámítás gyakorlására, alkalmazására. A biológia tantárgy témakörei közül elsősorban az ökológia, a genetika és az evolúció kínál lehetőségeket statisztikai elemzésekre és a valószínűségi következtetések levonására, de például a szűrővizsgálatok, betegségek kapcsán az ember szervezete és egészsége téma feldolgozásába is beilleszthetők hasonló feladatok.

A következőkben bemutatunk néhány foglalkozást, feladatot, feladatötletet a valószínűségi gondolkodás fejlesztéséhez. A szükséges matematikai ismereteket, a biológia-tananyag szerveződését és a tanulók feltételezhető kognitív fejlettségi szintjét figyelembe véve teszünk javaslatot a felhasználás évfolyamaira.

FÁK ÉLETKORÁNAK BECSLÉSE

A foglalkozás jellemzői

45–90' 5–8.

Téma:
Megfigyelések, kísérletek, vizsgálódások; Életközösségek

A foglalkozás rövid leírása:
Adott élőhelyen (pl. iskolaudvaron, parkban, erdőben) élő fák életkorának becslése statisztikai adatok gyűjtésével és elemzésével.

Fejlesztett készségek, képességek:
hosszúságmérés, adatok rögzítése és értelmezése, átlagszámítás, oksági gondolkodás

Fejlesztett tartalmi tudás:
fásszárúak növekedése, parkjaink, hazai erdőink jellegzetes fafajai, becslés, mérés, a kör kerülete, a kör kerületéből az átmérő kiszámítása, az átlag fogalma és kiszámítása

Eszközök, anyagok:
csoportonként: tanulói feladatlap, mérőszalag, számológép; projektor

A foglalkozás menete

1. Ráhangolódás, célkitűzés

A pedagógus bemutatja a 2014-es év fáját, a Hédervári Árpád-tölgyet[1], és ennek kapcsán felveti a problémát.

Belegondoltatok-e már abba, hogy milyen idősek lehetnek a lakhelyeteken vagy annak környékén élő fák? Vajon ott voltak-e már akkor is, amikor ti megszülettetek? Vagy akár már a szüleitek is ülhettek alattuk gyerekként? A foglalkozást követően magatok is választ tudtok találni ezekre a kérdésekre.

1 A szöveg és a kép forrása: https://evfaja.okotars.hu/fa/2014/hedervari-arpad-tolgy

A foglalkozás célja, csoportalakítás

A pedagógus ismerteti a tanulókkal, hogy 3-4 fős csoportokban fognak dolgozni az iskolaudvaron/az iskola környékén található fák életkorának meghatározásán.

2. A fák életkorának meghatározása

A növekedés, változás jelei

A csoportok első feladata olyan mérhető (fizikai) jellemzőket gyűjteni, amelyek egy fán (fás szárú növényen) változnak annak életkora előrehaladtával. Ezt követően az egyik csoport egy tagja felolvassa a gyűjtött jellemzőket, a többi csoportból kiegészíthetik a felsorolást. Lehetséges válaszok: a fa magassága, ágainak száma, a vastagabb ágak elágazásainak száma, a törzs vastagsága, a lombkorona mérete stb.

Árulkodó méretek

A következő lépésben megvitatja minden csoport, hogy az összegyűjtött jellemzők közül szerintük melyiknek a változása utalhat leginkább az élő fa életkorára, és miért. Másik szempontot is fontos figyelembe venni, mégpedig azt, hogy minden fánál vizsgálható, mérhető legyen az adott jellemző. A csoportos megvitatást osztályszintű megbeszélés követi. Ha a tanulók nem jutnak el a fa törzsének kerülete vagy átmérője ötlethez, akkor a tanár rávezetheti őket. Ha szükséges, ismételjék át, hogyan vastagodik a fásszárúak törzse évről évre, illetve utalni lehet az óra eleji Árpád-tölgyre, amely „csak” 14 méter magas, törzskerülete viszont 720 centiméter.

3. Mérjük meg!

Ezután a tanár minden csoportnak kiosztja a feladatlapokat és a méréshez szükséges eszközöket. A feladatlap segítségével a tanulók önállóan elvégzik a méréseket.

4. Számoljuk ki!

Az átmérő és az életkor kiszámítását is csoportokban, a feladatlap segítségével végzik a tanulók. A pedagógus közben körbejár, segíti a csoportok munkáját.

5. Összefoglalás, értékelés

A tanulók megosztják tapasztalataikat a közös munkával és a feladattal kapcsolatban. A pedagógus szóban értékeli a tanulók munkáját, röviden összefoglalja a tevékenység lényegét. Megbeszélik, hogy az élet mely területein lehet szükség ilyen jellegű mérésre. Kitérnek arra is, hogy miért csak becsült életkort ad meg az életkor meghatározásához használt táblázat. A tanár elmondhatja, hogy több ezer mérés adataiból állították össze, ám így is csak közelítő becslést kaphatunk a segítségével, mivel ugyanazon fafaj egyedeinek fejlődését számos tényező befolyásolhatja.

A táblázat alapján további kérdéseket is feltehet (pl. Miért van az, hogy ugyanaz a törzsátmérő más-más életkorra utalhat az egyes fafajok esetében?).

Tanulói feladatlap: Fák életkorának meghatározása

Válasszatok ki a kijelölt területen négy fát, és határozzátok meg mindegyiknek az életkorát!

1. Határozzátok meg!

Milyen fafaj(oka)t választottatok? Ha nem ismeritek, határozzátok meg! Használjátok a *Növényismeret* könyvet[2] vagy a *Növényhatározó* alkalmazást[3]! Ha nem boldogultok a feladattal, kérjetek segítséget a tanárotoktól! A fafajok nevét írjátok be a táblázatba!

2. Mérjétek meg!

A fák törzsének kerületét mérőszalaggal mérjétek meg a talajtól 130 cm magasságban, ahogyan az ábra mutatja! Ügyeljetek rá, hogy a mérőszalag merőleges legyen a fa törzsére!

Minden fa mérését három fő végezze el külön-külön a csoportból. A mért adatokat írjátok be a táblázatba!

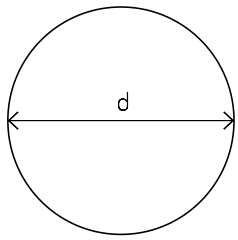
Sorszám	Fajnév	Törzskerület (cm) (130 cm magasságban mérve)		A törzs átmérője (cm)	A fa becsült kora (év)
1.		1. mérés: 2. mérés: 3. mérés:	átlag:		
2.		1. mérés: 2. mérés: 3. mérés:	átlag:		

2 Simon, T., & Seregélyes, T. (2012). *Növényismeret: a hazai növényvilág kis határozója.* Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.
3 Sulinet Növényhatározó applikáció (Educatio Nonprofit Kft.)

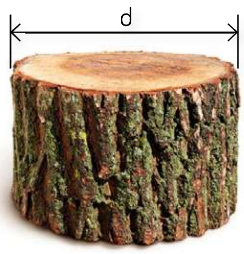
Sorszám	Fajnév	Törzskerület (cm) (130 cm magasságban mérve)		A törzs átmérője (cm)	A fa becsült kora (év)
3.		1. mérés: 2. mérés: 3. mérés:	átlag:		
4.		1. mérés: 2. mérés: 3. mérés:	átlag:		

3. Számoljátok ki!

Minden fa esetében számítsátok ki a három mérés átlagát, és írjátok be a táblázatba! A fa „derekának” körméretét most egy körhöz fogjuk hasonlítani az ábra szerint. Ha tanultatok már a körről, biztosan könnyen ki tudjátok számítani, hogy mekkora lehet ennek a körnek az átmérője (d), ha ismerjük a kerületét. A mért kerületek átlagával számoljatok, az eredményt írjátok be a táblázatba!



Segítség: kerület = átmérő x 3,14 (ha elosztjátok a mért kerület értékét 3,14-gyel, megkapjátok az átmérőt).



4. Keressétek ki!

Elérkeztetek a legizgalmasabb részhez! Keressétek ki a fa becsült életkorát az alábbi táblázatból a fafaj és a kiszámolt törzsátmérő alapján! Írjátok be a táblázatba!

Fák becsült életkora törzsátmérőjük ismeretében[4]

Átmérő (cm)	5	6–10	11–20	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91
Fafaj	**A fák kora években**										
Almafélék	4	9	18	30	40	51	60	68	76	83	88
Amerikai kőris	4	7	16	24	32	40	47	54	61	68	74
Amerikai tulipánfa	4	9	18	27	36	45	54	63	70	76	85

4 Átdolgozva Radó, D. (1999). Bel- és külterületi fasorok EU-módszer szerinti értékelése. *Lélegzet, 9*(7-8), melléklet alapján.

Átmérő (cm)	**5**	**6–10**	**11–20**	**21–30**	**31–40**	**41–50**	**51–60**	**61–70**	**71–80**	**81–90**	**91**
Fafaj	**A fák kora években**										
Bugás csörgőfa	4	10	20	28	38	50	62	70	77	85	90
Császárfa	4	7	17	24	31	38	46	55	66	73	80
Csertölgy	4	8	16	25	36	44	54	63	72	80	85
Csüngő borsófa	4	10	18	25	32	38	45				
Ecetfa	3	10	20	26	31	37	41	46	50	54	60
Európai szomorúfűz	4	9	16	23	30	38	46	55	63	70	76
Ezüst hárs	4	8	16	25	33	45	55	64	70	76	85
Fehér akác	4	8	15	22	30	38	46	54	62	70	80
Feketefenyő	3	8	20	28	37	45	52				
Gömbakác	4	10	18	28	38	45	53	62	71	80	90
Hegyi juhar	4	8	14	22	30	40	48	55	62	70	80
Japán liliomfa	4	7	15	24	32	40	46	53	60	65	72
Kanadai nyár	4	7	15	22	30	37	44	50	55	60	65
Keleti lucfenyő	3	6	13	30	40	48	56	64	71	77	85
Keleti tuja	3	9	17	26	34	42	50	57			
Keskenylevelű ezüstfa	4	8	16	27	35	42	50	57	65	72	80
Kínai papíreperfa	4	8	14	20	26	32	38	45	52	60	67
Kislevelű hárs	4	7	15	24	32	39	47	56	64	70	76
Kocsányos tölgy	4	9	17	27	36	46	55	65	74	82	90

Átmérő (cm)	5	6-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91
Fafaj	**A fák kora években**										
Kocsánytalan tölgy	4	10	16	26	37	45	53	64	71	80	87
Korai juhar	4	7	12	20	28	38	45	50	58	67	75
Közönséges aranyeső	2	10	15	25							
Közönséges dió	4	9	17	28	38	47	55	64	72	80	87
Közönséges nyír	4	9	15	25	35	45	52	60	67	75	85
Közönséges pagodafa	4	8	16	25	33	40	47	55	64	70	75
Közönséges vadgesztenye	4	7	13	20	26	33	40	46	52	59	65
Lepényfa	4	9	18	27	36	45	53	60	67	73	80
Madár-berkenye	4	9	17	26	31	38	44	50	56	62	70
Magas kőris	4	7	15	22	28	35	42	50	58	65	70
Mandula	4	9	16	26	36	45	52	60	67	75	82
Mezei juhar	4	8	15	25	40	45	50	57	65	72	80
Mezei szil	4	8	16	24	34	41	48	56	62	68	75
Mirigyes bálványfa	4	7	12	18	27	35	45	50	56	65	72
Nagylevelű hárs	4	9	17	25	33	40	45	50	58	65	70
Nyugati ostorfa	4	8	15	25	40	48	55	66	80	90	96
Páfrányfenyő	4	8	15	24	35	46	56	65	74	82	90
Platánfélék	4	7	15	23	30	35	40	45	52	58	65

Átmérő (cm)	5	6–10	11–20	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80	81–90	91
Fafaj	**A fák kora években**										
Spirálfűz	4	9	18	25	32	40	47	55	63	70	75
Szelídgesztenye	4	8	16	24	32	40	47	53	60	67	75
Szívlevelű szivarfa	4	7	15	22	30	35	40	45	48	51	60
Szomorú eperfa	4	8	18	27	36	45	55	64	72	80	85
Szúrós luc	3	6	12	26	42	50	60	68	72	80	86

Bónusz tipp[5]: Ha nincs nálad ez a táblázat, vagy nem tudod, milyen fafajról van szó, de mégis szeretnéd megbecsülni a korát, nincs más dolgod, mint (1) lemérni a kerületét 150 cm magasságban, (2) majd elosztani a kapott számot (centiméterben) 2,5-tel. Az eredmény a fa becsült életkora. Természetesen ezzel a módszerrel csak nagyon durva becslés adható.

A kétféle becslési eljárás eredményét össze tudjátok hasonlítani, ha ezzel az egyszerűbb eljárással is kiszámoljátok az általatok kiválasztott fák életkorát. Mi lehet az eltérés oka?

A foglalkozás feltétele, hogy elérhető közelségben legyenek változatos korú és fajú fák. Erre alkalmas lehet az iskolaudvar, közeli park, vagy éppen az osztálykirándulás alatt meglátogatott udvar, kert. Érdemes ősz elején vagy a tavaszi lombfakadás után végezni a mérést, ilyenkor a fák határozójegyei jobban megfigyelhetők.

Az átlagszámításkor és az átmérő kiszámításakor előfordulnak tizedes törtek, amelyekről a diákok először általában 5. évfolyamon tanulnak, tizedes törttel osztani pedig 6. évfolyamon, viszont ez nem okoz gondot, ha megengedjük a számológép használatát.

A foglalkozás keretében akár egy terület (udvar/park) faállományának kormeghatározása is célunk lehet, ekkor érdemes előre kiosztani, hogy melyik csoport mely fákat kapja. Ezt megkönnyíti, ha rendelkezünk térképpel, légi fotóval vagy fényképpel a területről. Érdemes előre körbejárnunk azért is, hogy meggyőződjünk róla, hogy minden fát ismerünk, és tudunk segíteni a határozásban. A foglalkozás végén egy közösen készített térképvázlaton vagy digitális térképen bejelölhetik a tanulók

5 Horváth, M. (1995). *Árnyékban és fényben.* Budapest: Pont Kiadó.

a fákat és azok életkorát, így jól látszódik a terület fáinak koreloszlása, amit akár diagrammal is szemléltethetnek. Feladat lehet a fák átmérőjének összevetése a legnagyobb hazai fákéval is.[6]

Az óra végi megbeszélésen kitérhetünk a kormeghatározási módszer hétköznapi alkalmazására is. Például szükséges tudni a fák életkorát az ismeretlen ültetési idejű parkok fenntartásához, kezelési tervének kidolgozásához, illetve az illegális fakivágás esetén a kivágott fa értékének meghatározásához.

A bemutatott módszer a mérés legegyszerűbb esete, amikor a fa sík terepen függőlegesen áll, és nem ágazik el a 130 cm-es törzsmagasság alatt. Más esetekben a mérés bonyolultabb.[7]

MAGOK CSÍRÁZTATÁSA

A foglalkozás jellemzői

néhány hét 5–6.

Téma:
Megfigyelés, kísérletezés; Növények testfelépítése, életfeltételei

A foglalkozás rövid leírása:
A tanulók vizsgálják a magok csírázását, annak feltételeit; rendszeresen feljegyzik tapasztalataikat, a mért adatokat rögzítik, rendszerezik, ábrázolják, elemzik, értelmezik. Gyakorolják néhány szám számtani átlagának kiszámítását, összevetik más mutatóval, ami hozzásegíti őket az átlag lényegének megértéséhez. A feladat szemléletesen segíti a gyakoriság, a relatív gyakoriság és a százalék fogalmának kialakítását.

Fejlesztett készségek, képességek:
egyszerű kísérlet elvégzése, tapasztalatok rögzítése, adatok ábrázolása, elemzése, oksági gondolkodás, valószínűségi következtetés

Fejlesztett tartalmi tudás:
a mag részei, rügyecske, gyököcske, a csírázás feltételei, növények életfeltételei

Eszközök, anyagok:
Petri-csészék/üvegtálak, vatta/szűrőpapír, víz, virágcserepek, virágföld, babszemek

6 https://www.dendromania.hu/index.php
7 https://www.portlandoregon.gov/trees/?c=59508&a=424017

A foglalkozás leírása

1. Előkészítés

A kapcsolódó tananyag, a növények életfeltételei és a csírázás feltételeinek megtárgyalása után lehetőségünk nyílik a valószínűségi fogalmak átismétlésére.

Alkossunk 3-4 fős csoportokat. Minden csoport kártyákon állításokat kap a magok (pl. bab) csírázásával kapcsolatban a „lehet", a „biztos" és a „lehet, de nem biztos" kifejezések használatával. Például:

- Nem biztos, hogy minden mag kicsírázik.
- Lehet, hogy egy hét alatt nőni fognak 10 cm-t.
- Lehet, hogy a babnövények piros virágot fognak hozni.
- Lehetséges, hogy a magok több mint fele kicsírázik.
- Lehetetlen, hogy a magokból almafa fejlődjön.
- Biztos, hogy minden magból csak babnövény fejlődik.

A csoportok feladata, hogy válogassák szét az állításokat aszerint, hogy az adott esemény biztosan bekövetkezik, biztosan nem következik be vagy lehet, hogy bekövetkezik.

Beszéljük meg a csoportok megoldásait!

Emeljük ki azokat az állításokat, amelyek nem biztosak, és csoportosítsuk aszerint, hogy választ tudunk-e adni rájuk egy vizsgálat elvégzése után. Választ tudunk adni például arra, hogy kicsírázik-e a babok fele, de arra nem, hogy piros lesz-e a viráguk. A virágszín viszont előre tudható, ha ismerjük, hogy milyen fajta a babunk, ezért ebben az esetben a bizonytalanságunkat nem a kísérlet hiányossága okozza, választ kaphatunk annak elvégzése nélkül is. A kísérlet paramétereinek megváltoztatásával, vagyis növelve a két hetet, lehetőségünk lesz a virágszín megfigyelésére is, de ekkor sem biztos, hogy hoznak majd virágot a növények.

Kísérlettel a következő állításokat tudjuk megvizsgálni:

- Nem biztos, hogy minden mag kicsírázik.
- Lehet, hogy egy hét alatt nőni fognak 10 cm-t.
- Lehetséges, hogy a magok több mint fele kicsírázik.

2. Kísérlet elvégzése

- Csíráztass 10 szem szárazbabot (mindegyik ugyanaz a fajta és azonos évjáratú legyen), és figyeld a fejlődésüket! Ehhez érdemes egy napra beáztatni, utána pedig egy tálkába nedves vatta közé helyezni a magokat, és eltenni egy megfelelő helyre (pl. ablakpárkány), majd figyelni arra, hogy ne száradjon ki a vatta.

- A gyököcske megjelenése eltérő lehet az egyes babszemeknél. Jegyezd fel, hogy a beáztatástól számítva hányadik napon hány darab babszemnél bújt elő!
- Nem minden babszem csíraképes, lesz olyan, amelyik több nap után sem csírázik ki, esetleg elkezd penészedni. Jegyezd fel, hogy az összesből hány babszem csírázott ki!
- A csírázás után biztosítsd a babok számára az életfeltételeket: ültesd a kicsírázott magokat kis edényekbe, ugyanolyan földbe, ugyanolyan mélyre; helyezd napfényes helyre, és locsold rendszeresen őket!
- A növekedő babok közül válassz ki egyet, és mérd meg naponta a magasságát 2 héten keresztül!
- A mért adatokat rögzítsd táblázatban!

3. Adatok feldolgozása, értelmezése

Kiszámíthatjuk a magok csírázási rátáját először a 10-es csoportokban, majd összesítve, a 100 magra vonatkoztatva is. Ezekből közelíthetünk a százalék, arány fogalmához. Végezhetünk átlagszámítást is a 10 esetre vonatkozóan, amit összehasonlíthatunk a 100 magra vonatkoztatott értékkel.

Megbeszélhetjük, hogy melyik esetben (10 vagy 100 magra vonatkoztatva) kapunk valósabb képet arról, hogy milyen valószínűséggel csírázik a bab (ha azonos fajtájú és évjáratú szemeket választottunk).

Ha van olyan eset, hogy a 10 magból kiugróan kevés csírázott ki (kiugróan alacsony érték), megvitathatjuk, mi állhat mögötte, például helyesen végezte-e el a diák a vizsgálatot, nem száradt-e ki a csíráztató vatta, ami a csírák pusztulását okozhatta.

A növények fejlődési ütemét jellemző adatokat ábrázolhatjuk grafikonon papíron vagy számítógép segítségével. Ha az osztályban több adatsorral rendelkezünk, ábrázolhatjuk azokat akár együtt is digitálisan (tanári segítséggel), így összehasonlíthatjuk több növény növekedésének ütemét. Ebben az esetben is beszéljük meg, hogy mi lehet a különbségek oka.

A vizsgálatokhoz érdemes a babszemekből 10-es csoportokat kialakítani, további következtetések levonásához pedig ezekből további 10 csoportot, ami összesen

100 babszemet jelent. Ezekhez a kerek számokhoz ugyanis könnyen hasonlítanak a tanulók már az ötödik évfolyamon is, például 100 pont esetén természetes számukra, hogy a 85 pont 85%-ot jelent. Ez lehetőséget ad a százalékok szemléletes meghatározására is.

ERDEI FÉNYVISZONYOK

A foglalkozás jellemzői

30–40' 7–10.

Téma:
Életközösségek vizsgálata; Az élőlények tűrőképessége

A foglalkozás rövid leírása:
A tűrőképesség fogalmának szemléletes úton történő kialakítása, megerősítése adatok elemzése, értelmezése révén.

Fejlesztett készségek, képességek:
grafikon elemzése, adatok értékelése, biológiai jelzések (indikációk) megfigyelése és megfejtése; az élőlények közötti kapcsolatok rendszerének elemzése; összetett ökológiai rendszerek elemzése kapott/gyűjtött adatok alapján

Fejlesztett tartalmi tudás:
tűrőképesség, fénymérés, tűrőképességi görbék értelmezése (minimum, maximum, optimum, szűk és tág tűrés), kompetíció, versengés

Eszközök, anyagok:
tanulói feladatlap, projektor

Forrás: A foglalkozás alapja a 2006. májusi emelt szintű biológiaérettségi feladatsor IV. feladata: Gyertyános-tölgyes erdő gyepszintjének fényviszonyai.

A foglalkozás menete

A foglalkozás megkezdése előtt a pedagógus párokat alakít ki a tanulócsoportban. A párok közösen dolgoznak a feladatlapon, annak kitöltéséhez nem használhatnak segédeszközt. A rendelkezésükre álló idő kb. 15-20 perc.

Ahogy a párok végeznek, a pedagógus két-két páros összevonásával négyfős csoportokat alakít ki, amelyekben összevetik és megvitatják az eredményeiket. Erre 3-4 perc áll rendelkezésükre.

A foglalkozás végén az egyes feladatok vagy feladatrészek megoldását egy-egy diák mondja el. A pedagógus kérje, hogy a diák a megoldást a kivetített grafikonokon is mutassa meg. A megoldások ellenőrzése és összefoglalása közben a pedagógusnak lehetősége van bizonyos fogalmak kialakítására, felfedeztetésére, megerősítésére, példák bemutatására: gyakoriság, terjedelem, százalékszámítás, haranggörbe, maximum, optimum, tűréshatár, tűrőképesség, tűrőképesség és a környezet kapcsolata, kompetíció, versenyképesség.

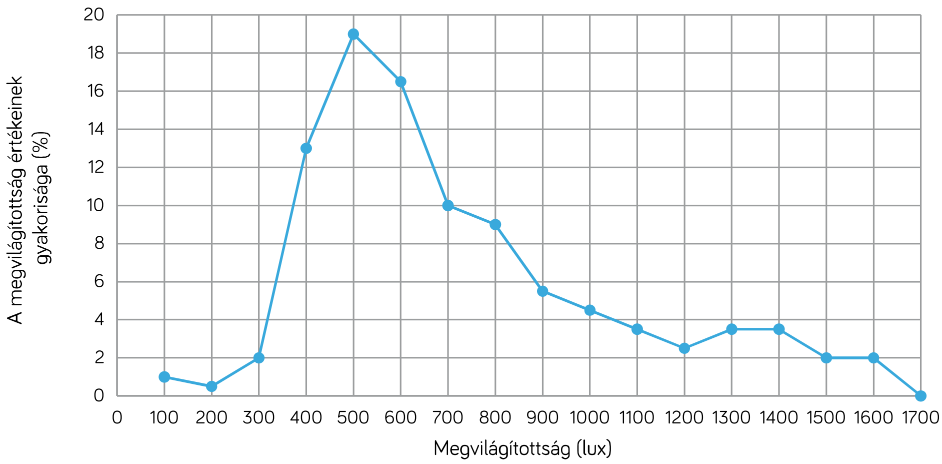
Tanulói feladatlap: Egy gyertyános-tölgyes erdő gyepszintjének fényviszonyai

Biztosan észrevetted már, amikor erdőben vagy parkban sétáltál, hogy sötétebb (gyakran hűvösebb is) van, mint a nyílt területeken. Sőt, talán az is feltűnt, hogy az erdőn belül néhol világosabb, máshol sokkal sötétebb van. A lombkoronán áthatoló fény erőssége ugyanis csökken, de hogy mennyire, az az erdőben lépésről lépésre változik. Ezt a változást meg tudjuk mérni ugyanúgy, mint a hőmérsékletet. Ahogy a hőmérsékletet hőmérővel, a fényerősséget fénymérővel mérjük, csak a mért adat mértékegysége nem °C, hanem lux lesz. (Valószínű, hogy az okostelefonod is tud fényerősséget mérni, egy szenzor alkalmazással kipróbálhatod.)

1. feladat: A gyertyános-tölgyes fényviszonyainak vizsgálata

Egy kutatócsoport egy gyertyános-tölgyes erdő gyepszintjének megvilágítottságára volt kíváncsi, ezért több helyen megmérték a fényerősséget. A nyílt, fátlan helyen mért megvilágítottság 12000 lux volt. A gyepszint több, erdős pontján való mérés adatait az alábbi grafikonon ábrázolták.

A megvilágítottság gyakorisági eloszlása gyertyános-tölgyes erdő gyepszintjében[8]



8 Forrás: a 2006. májusi emelt szintű biológiaérettségi feladatsor IV. feladata

a) Milyen megvilágítottságú pontok voltak a leggyakoribbak a vizsgált terület gyepszintjében? A leggyakoribb megvilágítottság értékét írd le!

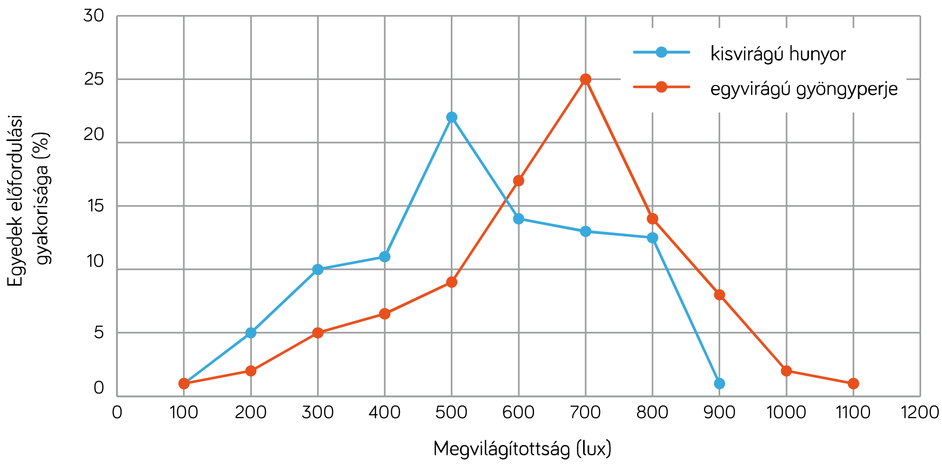
b) A mérések alapján milyen értékek között változik a gyepszint nem nyílt részein a megvilágítottság?

c) Számítsd ki, hogy a gyepszint leggyakoribb megvilágítottság-értéke hány százaléka a nyílt területen mért megvilágítottságnak!

2. feladat: Környezeti igény és a növény előfordulásának gyakorisága

A fényviszonyok vizsgálata során kiválasztottak két, ott előforduló növényfajt, az egyvirágú gyöngyperjét és a kisvirágú hunyort. Megnézték, hogy milyen fényviszonyok között fordulnak elő az erdő különböző pontjain. Tapasztalataikat grafikonon foglalták össze.

Növénypopulációk fényhasznosítási görbéi gyertyános-tölgyesben[9]



a) Milyen megvilágítottságú pontokon voltak a leggyakoribbak a vizsgált fajok?

egyvirágú gyöngyperje:

kisvirágú hunyor:

b) Mi lehet az oka annak, hogy bizonyos megvilágítottságú pontokon nem fordultak elő az egyes fajok?

c) Melyik faj fordult elő szélesebb megvilágítottsági intervallumban?

A következő két kérdés megválaszolásához meg kell vizsgálnod mindkét grafikont!

d) A vizsgált erdő fényviszonyai melyik faj elterjedésének kedveznek jobban?

9 Forrás: a 2006. májusi emelt szintű biológiaérettségi feladatsor IV. feladata

e) Az erdő mely megvilágítottságú részein, pontjain találkozhatunk nagyobb valószínűséggel a ritkább fajjal?

3. feladat: A két vizsgált növénypopuláció közötti kapcsolat

a) 100 és 900 lux közötti megvilágítottságnál milyen populációk közötti kapcsolatot alakít ki az adott fényviszony a két faj egyedei között?

b) Hogyan változik a két növényfaj versenyképessége a megvilágítottság növekedésével az 500–700 lux közötti előfordulási tartományban?

egyvirágú gyöngyperje:

kisvirágú hunyor:

Megoldások

1. feladat

a) 500 lux

b) 100 és 1700 lux között

c) 500 hány %-a a 12000-nek: $500 : 12000 \cdot 100 \approx 4{,}2\%$

2. feladat

a) egyvirágú gyöngyperje: 500 lux; kisvirágú hunyor: 700 lux

b) Az a fényintenzitás kívül esik a növények tűréshatárán/nem bírják elviselni.

c) Az egyvirágú gyöngyperje.

d) A kisvirágú hunyornak (mert az erdő aljnövényzetében a számára optimális fényintenzitású pontok a leggyakoribbak).

e) Az erdő világosabb részein.

3. feladat

a) versengés/kompetíció

b) egyvirágú gyöngyperje: nő; kisvirágú hunyor: csökken

Az élőlények tűrőképességét szemléltető haranggörbe helyes értelmezése nem könnyű. Ilyen típusú görbével matematikaórán még nem találkoztak a tanulók (nem is várható, hogy találkozni fognak), ezért némi magyarázatot igényel. Maga a grafikon egy normál eloszlású valószínűségi változó sűrűségfüggvényének a görbéje. Ez természetesen túlmutat a közoktatásnak a valószínűség kiszámítására vonatkozó célkitűzésén. Pontosan ezért bizonyos fokú magyarázattal kell szolgálnunk a görbe eredetét illetően, nem alapozhatunk a matematikai háttértudásra. A legkézenfekvőbb módja a bevezetésnek egy konkrét vizsgálat adatainak elemzésével eljutni a haranggörbéig. Az ilyen típusú görbéknél általában az x tengely mentén „környezeti tényező”, az y tengely mentén pedig „élettevékenység" van feltüntetve. A környezeti tényező mértékének változása még megérthető (főleg, ha skálázott a tengely, és szerepel a mértékegység), de az élettevékenység mértéke nehezen értelmezhető. Az optimumot gyakran az egyedek „előfordulásával" magyarázzák, a minimum és maximum közeli állapotot az élőlény szaporodóképességének, aktivitásának csökkenésével – ez szintén zavaró lehet.

Segíti a megértést, ha rávilágíthatunk arra, hogy egy élőlényt a legnagyobb valószínűséggel olyan környezeti körülmények között figyelhetünk meg, amelyek számára optimálisak. Különösen igaz ez a növényekre, mivel azok aktív helyváltoztatásra nem képesek; ezért, ha olyan környezeti körülmények között kezdenek fejlődni, amelyek nem megfelelőek számukra, növekedésük lelassulhat és elpusztulhatnak. A környezeti tényezők változásait azonban bizonyos mértékben képesek elviselni, és nem csak azokon a területeken figyelhetők meg, ahol minden feltétel optimális a számukra. Összefüggés is megfigyelhető az élőlény előfordulása és a környezeti tényező változása között. Ennek felfedezéséhez/megerősítéséhez egy vizsgálat adatait is használjuk ebben a foglalkozásban. A feladatokon közösen dolgozva, folyamatos magyarázat mellett, a feladatsor segítségével fel is fedeztethető a haranggörbe.

Lehetőségeinktől függően ilyen jellegű méréseket terepgyakorlat alkalmával mi is végeztethetünk a diákokkal, például telefonjuk fénymérőjének segítségével. A gyűjtött adatokból azután ők maguk rajzolhatják ki a grafikont (pl. GeoGebra, Excel segítségével).

MINTAVÉTEL: HALAK A TÓBAN

A foglalkozás jellemzői

45–60' 5–8.

Téma:
Életközösségek vizsgálata

A foglalkozás rövid leírása:
A tanulók a mintavételezéssel, annak is elsősorban számszerűsíthető eredményeivel foglalkoznak, de a feladat során az arányokat és a törteket is gyakorolják. A tanulók valószínűségi modellben dolgoznak, amelyhez szükséges feltétel, hogy a halak a teljes tóban véletlenszerűen mozognak, és hogy a populáció mérete nem változik szignifikánsan. A modell megalkotásához szükséges, hogy megértsék a fogás-visszafogás módszerét a populáció becslésére.

Fejlesztett készségek, képességek:
valószínűségi gondolkodás, arányossági gondolkodás

Fejlesztett tartalmi tudás:
véletlenszerű mintavétel, populáció, sejtés, becslés

Fejlesztett procedurális tudás:
a mintavétel a tudományos vizsgálat egyik módszere

Eszközök, anyagok:
jelölőfilc, csoportonként kb. 500 mag (pl. dinnyemag, bab) egy zsákban, ami a populációt jelképezi. Fontos, hogy könnyen jelölhető legyen (fogjon rá a filc).

Készült az eredeti, angol nyelvű foglalkozás [Adey, P., Shayer, M., & Yates, C. (2001). *Thinking Science*. Sampling: fish in a pond] fordításával, kisebb módosításokkal.

A foglalkozás menete

1. Előkészítés

Ismételjük át a tanulókkal a mintavétel fogalmát hétköznapi példákon keresztül, mint például beledugjuk a lábunkat a vízbe, mielőtt beleugranánk; először megkóstolunk egy kis falatot valamiből, vagy egy közvélemény-kutatásban megkérdeznek 1000 embert.

Ezt követően magyarázzuk el a mintavétel fogalmát: kiveszünk egy kis részt (minta) az egészből (populáció), hogy azzal reprezentáljuk azt, és ez által előrejelzéseket tehessünk az egészre (populáció) vonatkozóan. Gyűjtsük össze a gyerekek ötleteit azzal kapcsolatban, hogy hogyan lehet reprezentatív a minta. Vezessük be a random mintavétel fogalmát. Ha a diákok még nem ismerik a populáció fogalmát, akkor ezt is magyarázzuk el. *(5 perc)*

2. Halak a tóban (1. feladat)

A magos feladat a fogás-visszafogás módszert modellezi. A zsák összerázása a halak szabad mozgását jelképezi, a húzás pedig a random mintavételt. Magyarázzuk el a gyerekeknek, hogy amikor kivesznek egy marék „halat" a „tóból", az csak egy része, töredéke a „tóban lévő" halak teljes számának. Talán a negyede, talán a tizede – nem tudni. Figyeljünk rá, hogy legyen meg a kapcsolat a modell, vagyis a zsákban lévő magok és a valóság, vagyis a tóban lévő halak között. Vezessük rá a tanulókat, hogy amikor a jelölt „halakat" visszatették és összerázták a zsákot, akkor véletlenszerűen összekeverték azokat a jelöletlen „halakkal". Kérjük meg őket, hogy rajzolják le, számolják meg és írják fel a jelölt halak arányát a második mintában. Ez a feladat konkrét szintű gondolkodást igényel. *(15 perc)*

3. Kidolgozás (2. feladat)

Emlékeztessük a diákokat, hogy amikor mintát vettek a magok közül a zsákból, nem tudhatták, hogy az összes mag hányad részét vették ki. Mutassuk ezt be nekik egy példán keresztül:

Ha az első mintavétel során 10 „halat” fogtak ki, akkor ennek az aránya az összeshez: 10 elosztva a halak számával, amit nem ismerünk. Tegyük fel, hogy a halak száma 100. Ekkor az első mintánk aránya 10 osztva 100-zal, vagyis a teljes populáció tizede. Kérdezzük meg őket, hogy ezt hogyan tudnák arány formájában felírni. Ezután kérjük meg őket, hogy csoportszinten beszéljék meg és gondolják át a 2. feladat kérdéseit. *(15 perc)*

4. A csoportok megoldásainak nyomon követése

Járjunk körbe a csoportok között egy gyors kérdéssel, azzal kapcsolatban, hogy milyen adatokat ismernek már, és hogyan tudnák ezeket felhasználni, hogy megbecsüljék a magok számát a zsákban. A második „halminta” a „tóból” ugyanúgy reprezentatív, mint ahogyan az első is az volt, de a halak némelyike ebben a mintában már jelölt. Ennek megértése formális gondolkodást igényel, ami nehéz. Át kell, hogy lássák a két aránypárban mind a négy számot. A jelölt és a jelöletlen magok aránya a második mintában tükrözi az első minta (amiben minden elemet megjelöltünk) és a teljes populáció arányát. Zavart (kognitív konfliktust) fog okozni a diákokban, ahogy egyszerre próbálják megragadni az arány, a mintavétel és a valószínűség fogalmát. Legyünk türelmesek és folytassuk a próbálkozást, ahogyan járkálunk körbe a csoportok között. Ha észrevesszük, hogy valamelyik csoportban néhány gyerek megértette a lényeget, állítsuk le az osztály munkáját, és kérjük meg őket, hogy mondják el a többieknek, mit gondolnak. Ne aggódjunk, ha a tanulók nagy része még nem érti ezt a kapcsolatot, nem a végeredmény számít, hanem a gondolkodási folyamat, amíg eljutnak odáig. Nincs szükség rá, hogy megadjunk egy algoritmust arra, hogyan kell megoldani egy ilyen feladatot. *(10 perc)*

5. Megbeszélés

A foglalkozást érdemes egy egész osztályos megbeszéléssel zárni. Nincsenek „jó” válaszok a 3. feladat kérdéseihez. Használjuk ki a lehetőséget arra, hogy felhívjuk a figyelmüket két lényeges gondolatra a mintavétellel kapcsolatban: (1) minél nagyobb a minta, annál jobbnak számít, (2) a véletlenszerű eloszlás fontossága. Kérjük meg a csoportokat, hogy 2-3 perc alatt beszéljék meg, hogy milyen feltételeket kell szabnunk, milyen megszorításokat alkalmazunk a modellben a valósághoz képest. Gyűjtsék össze, hogy mire kell figyelnünk, hogy ez a módszer a valóságban is jól működjön. Minden csoport mondjon egy feltételt a többieknek, míg az összeset össze nem gyűjtik. Írják is fel őket. *(10 perc)*

A diákok valószínűleg sok gondolatot megfogalmaznak, néhány lehetséges példa ezekre:

- A jelölés nem hathat ki az állatra, például nem teheti feltűnőbbé a ragadozók számára.
- Az állatoknak szabadon kell tudniuk mozogniuk a teljes mintaterületen.
- A mintagyűjtésnek, számlálásnak, visszaengedésnek olyan gyorsnak kell lennie, amennyire csak lehet.
- Az elengedés és a visszafogás között eltelt idő nagyon fontos. Például a kígyók lassabban terjednek szét, mint a halak vagy a szarvasok.
- A következtetések pontosságát befolyásolja a születések, a halálozások, a bevándorlók és a kivándorlók száma a mintaterületről.

Foglaljuk össze a táblán a gyerekek feltevéseit, és beszéljük meg, hogy mit tehetünk a jobb becslés elérése érdekében.

6. Összegzés, értékelés

Kérdezzük meg a tanulókat, mit találtak könnyűnek, és mit nehéznek ezen a foglalkozáson, és indokolják meg a válaszukat.

Feltehetünk a modellen túlmutató kérdéseket is: Hogyan tudnátok megbecsülni egy virágpopuláció méretét, például a százszorszépek számát egy réten? Ehhez más módszer szükséges. Az ötlet viszonylag egyszerű: számoljuk meg, mennyi egyed van egy négyzetméteren, és szorozzuk meg a terület nagyságával. Még kifinomultabb eredményhez jutunk, ha több mintát veszünk a környezeti körülményeket is figyelembe véve (pl. fák alól). *(5 perc)*

Tanulói feladatlap: Halak a tóban

A probléma

Molnár bácsi halakat tenyészt, és szeretné tudni, mekkora a halállomány a tóban, hogy kiszámíthassa, mennyi tápra van szükségük. Nem szeretné kifogni az összes halat, csak szeretné megbecsülni a halállomány (populáció) nagyságát.

Beszéljétek meg a következő kérdéseket a csoportban!

- Mit jelent az, hogy populáció?
- Mit gondoltok, hogyan tudhatná meg, hány hal van a tóban?
- Milyen problémákkal járhatnak az ötleteitek?

Modellalkotás

A következő feladatban megismerhettek egy módszert az állatpopulációk méretének becslésére.

Kaptatok egy zsák magot, amivel modellezni tudjátok a halakat a tóban.

- Mit jelképeznek a magok?
- Mit jelképez a zsák?
- Ha kiveszel egy marék magot, az mit jelképez?
- Mit jelképez a zsák összerázása?

Kipróbálás

Válasszatok ki valakit a csoportból, aki kivesz egy kis marék magot a zsákból! Számoljátok meg a magokat, majd jelöljétek meg mindkét oldalukat a filctollal! Jegyezzétek fel, hogy hányat jelöltetek meg! Ez az első mintátok. Tegyétek a magokat vissza, és rázzátok össze alaposan a zsák tartalmát!

- Miért kell alaposan összeráznotok?
- Most a zsákban benne van az összes „hal”, azt viszont nem tudjuk, hogy milyen arányban vannak megjelölve.
- Húzzatok még egy, kb. ugyanakkora marék magot, mint elsőre! Ez a második „halmintátok” a „tóból”. Számoljátok meg és írjátok fel, hogy ebben a mintában hány magot húztatok! Ezek közül hány van megjelölve? Milyen a jelöltek és a jelöletlenek aránya a második mintában?

Kidolgozás

Nem tudhatjátok, hogy összesen mennyi mag van a zsákban (hal van a tóban). Beszéljétek meg, hogy mi az, amit tudtok. Ismeritek például a gyűjtött adatokat.

Gondoljatok erre: *Molnár úr azt mondta, „Úgy gondolom, hogy a jelölt és a jelöletlen halak aránya a második mintában ugyanaz, mint az első mintában megjelölt halak aránya az összeshez képest.”* Egyetértetek? Beszéljétek meg a csoportotokban!

Ha ez igaz, hogyan lehetne megbecsülni a magok számát a zsákban anélkül, hogy belenéznénk vagy tippelgetnénk? A matematika segítségével menni fog. De hogyan? Lássuk, hogy ki tudjátok-e találni!

Ellenőrzés

Most kiderül, hogy mennyire volt pontos a becslésetek. Öntsétek ki a magokat, és számoljátok meg azokat!

A magok száma összesen:

- Közel volt a becslésetek a magok valódi számához?
- Pontosabbak voltak a többi csoport becslései?
- Mit gondoltok, ez jó módszer arra, hogy állatpopulációk nagyságát becsüljük vele? Mondjátok el, miért gondoljátok így!

A foglalkozás sok figyelmet igényel, ezért javasoljuk, hogy a kérdések megvitatására rövid, kb. 5 perces időkereteket kapjanak a csoportok, majd hallgassák meg és beszéljék meg osztályszinten az ötleteket, sejtéseket, mielőtt továbbhaladnának a következő kérdésre.

SZŰRŐVIZSGÁLATOK MEGBÍZHATÓSÁGA

A foglalkozás jellemzői

30–40' 9–10.

Téma:
Az ember szervezete és egészsége

A foglalkozás rövid leírása:
A szűrővizsgálatok megbízhatóságának értelmezése.

Fejlesztett készségek, képességek:
százalék, arány és valószínűség kiszámítása, kritikai gondolkodás

Fejlesztett tartalmi tudás:
valószínűség, feltételes valószínűség, szűrővizsgálatok hatékonysága

Eszközök, anyagok:
projektor, internetkapcsolat, tanulói feladatlap, tanulói digitális eszközök

A foglalkozás menete

A foglalkozás előtt a pedagógus párokat alakít ki a tanulók között. A foglalkozás a tanulói feladatlapban található cikkrészlet elolvasásával indul. Ezt közös megbeszélés követi arról, mik azok a szűrővizsgálatok, milyenekről hallottak már. (Magukat egészségesnek tartó, tünet- és panaszmentes egyének vizsgálata bizonyos betegségek kiszűrésére, például emlő-, méhnyak-, prosztata-, vastagbélszűrés.)

1. Érvek gyűjtése

A párok 3 perc alatt minél több érvet gyűjtenek a szűrővizsgálatok mellett. Az idő letelte után felolvassák és megbeszélik azokat. (Például: betegség korai kiszűrése, jobb életminőség, meghosszabbított élettartam; gazdasági vonatkozások: a kezelő és a kezelt alacsonyabb költségei, kevésbé radikális kezelés lehetősége, fertőző betegség esetén a továbbfertőzés esélyének csökkentése; negatív eredmény esetén megnyugvás.)

Ezt követően beszéljék meg közösen az esetleges hátrányokat is. (Például: drága, kaphatunk tévesen pozitív és negatív eredményt is, egészségügyi kockázata is van a beavatkozásnak.)

2. A tanulói feladatlap megoldása

Az óra további részében a téves negatív és pozitív eredmények esélyével, vagyis a tesztek megbízhatóságával foglalkoznak tovább. Megbeszélik, hogy tökéletes (100%-ban megbízható) teszt nincs, de kifejlesztőik arra törekszenek, minél kevesebb fals eredményt kapjanak, ennek érdekében több próbatesztet is végeznek az eszközzel. Egy ilyen teszt eredményeivel kapcsolatos a következő feladatuk. Ezt követően a cukorbetegségnek a lakosság körében való előfordulását vizsgáljuk, ami lehetőséget ad a feltételes valószínűség tapasztalati szintű megértésére.

Cukorbetegséget szűrő teszt (1. feladat)

A tanulópárok dolgoznak a feladaton, majd az osztály megbeszéli az eredményeket. A teszt megbízhatóságával kapcsolatban megállapítható: a fals negatív eredmények aránya magas – viszont valószínűleg a teszt olcsó és többször, gyakran elvégezhető, így, ha valóban beteg az illető, egy következő szűrés alkalmával lehet, hogy már kimutatja a betegséget.

Pozitív lett. Beteg vagyok? (2. feladat)

Ez a feladat nehezebb, közösen oldjuk meg. A hiányzó adatot, a cukorbetegek arányát a lakosságban az óra eleji cikkből keressük ki. Az ábra kitöltése közben soronként beszéljük meg, hogyan kell számolni.

A feladatlap kitöltése után a pedagógus megmutatja a következő dinamikus feladatot: *http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/510243#material/1360101*

A digitális eszközök mennyiségétől függően a tanár vagy a tanulókból alkotott párok/csoportok megfigyelik a dinamikus ábrát, majd megpróbálnak válaszolni a kérdésekre. (A megoldások az „i" betűre kattintva elérhetők.)

Az óra végén összefoglalják a feladatok tanulságait: ritka betegségek, fertőzések esetén még a magas megbízhatóságú (99%-os) szűrővizsgálat pozitív eredménye sem feltétlenül jelent betegséget, ilyenkor további vizsgálatok szükségesek. Megvitatják azt is, hogyan növelhető a szűrés pontossága (pl. az ismétlés gyakoriságának fokozása, különböző tesztek kombinálása). A tanár kitér arra, hogy az órán felmerült hátrányok, problémák ellenére érdemes rendszeresen részt venni a szűrővizsgálatokon, a betegség/fertőzés kiszűrésének haszna nagyobb, mint az esetleges felesleges aggodalom a diagnózis felállításáig.

Tanulói feladatlap: Szűrővizsgálatok megbízhatósága

„Tizenkét év alatt megduplázódott Magyarországon a cukorbetegek aránya, 2003-ban a 19 évnél idősebbek 6,27 százaléka, 2015-ben már e korcsoport 12,43 százaléka járt orvosnál ilyen problémával – írta a KSH adataira hivatkozva a Világgazdaság.

Tavalyelőtt mintegy 45 milliárd forintot költött a Nemzeti Egészségbiztosítási Alapkezelő (NEAK) a cukorbetegség kezelésére – írta a HVG."[10]

1. feladat: Cukorbetegséget szűrő teszt

A cukorbetegséget kutató orvosok kidolgoztak egy tesztet a cukorbetegség kimutatására. A szűrés során étkezés után két órával vércukorszintet kell mérni. Ha a vércukorszint 7,2 mol/l feletti (pozitív eredmény), akkor cukorbetegség gyanúját teszik fel, és további vizsgálatra küldik az illetőt. A szűrési teszt vizsgálatához 190 főn, 70 bizonyítottan cukorbeteg és 120 biztosan egészséges emberen végezték el a szűrést. A vizsgálat eredményeit a következő táblázat foglalja össze. A táblázat alapján válaszoljatok a kérdésekre!

Vércukorszint étkezés után 2 órával	Beteg	Egészséges	Összesen
7,2 mmol/l feletti	57	15	72
7,2 mmol/l alatti	13	105	118
Összesen	70	120	190

10 Forrás: hvg.hu: http://hvg.hu/itthon/20170328_cukorbetegseg_arany

a) Hány főnek jelzett a teszt helyes (valódi állapotának megfelelő) eredményt?

b) Ez hány százaléka a vizsgálatban részt vevőknek?

c) A kapható négyféle eredményből (beteg/egészséges x pozitív/negatív eredmény) melyik lehet a teszt megbízhatósága szempontjából a leginkább kerülendő, amit csökkenteni igyekeznek?

Mennyi a következő eredmények százalékos aránya?

d) Az egészségesek között pozitív eredményt kap:

e) A betegek között negatív eredményt kap:

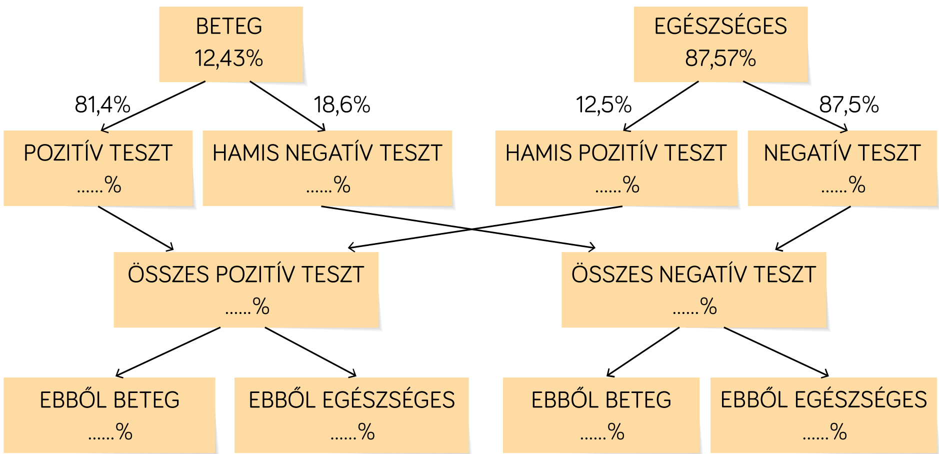
Az adatok alapján mit gondoltok ennek a tesztnek a megbízhatóságáról? Vitassátok meg!

2. feladat: Pozitív lett. Beteg vagyok?

Magyarország felnőtt lakosságából véletlenszerűen választunk egy főt, és elvégezzük rajta az előző feladatban ismertetett szűrővizsgálatot. Szeretnénk tudatni vele, mekkora a valószínűsége, hogy tényleg beteg, mert a teszt pozitív eredményt mutatott.

a) Milyen adatokra van még szükségünk ahhoz, hogy ezt kiszámítsuk?

b) Az alábbi ábra mely részének felel meg a keresett valószínűség? Satírozzátok be! Töltsétek ki az ábra hiányzó részeit!



Megoldások

1. feladat

a) $57 + 105 = 162$

b) kb. 85,3%

c) Amikor a valóban betegek negatív eredményt kapnak: az álnegatív eredmény.

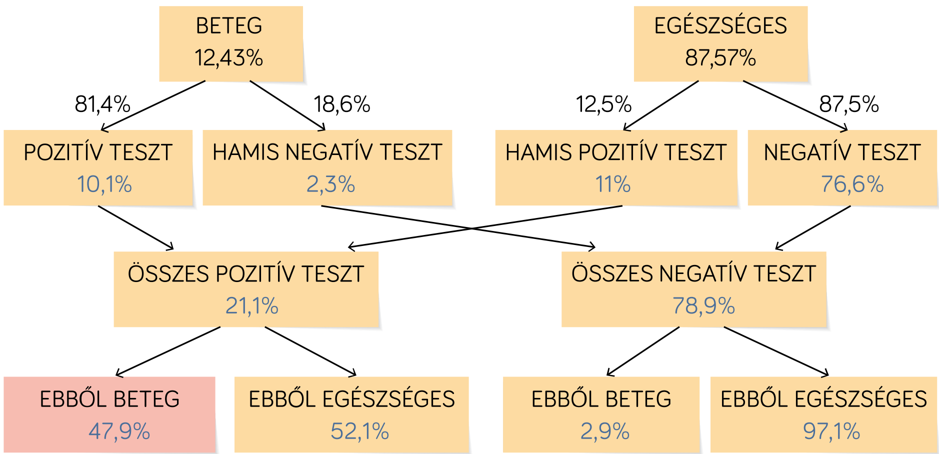
d) 12,5%

e) 18,6%

2. feladat

a) Arra, hogy a lakosságban mekkora a betegek aránya.

b) Feltételes valószínűséget számolunk (akár anélkül, hogy ezt tudnánk).



A feladatsor szokatlanul matematikai alapúnak tűnhet egy biológiaórán, ám éppen a foglalkozás támasztja alá, hogy a való életben milyen szorosan kapcsolódik a matematika a biológiához (is). A foglalkozás elvégezhető csupán a problémafelvetéssel és az online dinamikus ábra elemzésével is.

A foglalkozás lehetőséget ad arra, hogy rávilágítsunk a statisztikai kifejezések hétköznapi és valós jelentése közötti különbségekre. A hétköznapi szóhasználatban gyakran előfordul, hogy ha egy eseménynek két különböző kimenetele lehet (megbuktam vagy sem), akkor azt mondják, hogy 50-50% a valószínűsége az egyik vagy a másik kimenetelnek. Ez egy séma rossz helyzetben történő alkalmazásának az eredménye. Egy valószínűség-számítási alapfeladat, az érmedobás esetében ez a séma helyes, hiszen a két lehetséges kimenetel egyformán valószínű, semmi okunk nincs az írás vagy a fej dobását nagyobb valószínűségűnek tekinteni. A foglalkozásban tárgyalt példánál viszont rendelkezünk még információkkal, az egyik a teszt által kimutatott hamis negatív és pozitív eredmények aránya, a másik pedig – aminek kezdeti hiányára ráadásul a tanulóknak kell rájönniük – a betegség előfordulásának gyakorisága a lakosságban. Ebben a helyzetben ezt a két információt is figyelembe kell venni a valószínűség megállapításánál.

NÉHÁNY TOVÁBBI FELADATÖTLET TANÓRAI ÉS TANÓRÁN KÍVÜLI FELHASZNÁLÁSHOZ

POPULÁCIÓK JELLEMZÉSE RANDOM MINTAVÉTELLEL

A feladat jellemzői

5–6.

Téma:
Az erdő életközössége; Hazai erdők életközösségének ökológiai szemléletű jellemzése

A feladat rövid leírása:
Iskolaközeli parkban vagy terepgyakorlaton vizsgált facsoport, erdő fáiról különböző adatok (pl. törzskerület, nagyobb elágazások száma) gyűjtése random mintavétellel, az adatok elemzése.

Fejlesztett készségek, képességek:
adatok megfigyelése, gyűjtése, rendezése, rögzítése, egyszerű diagramok készítése, értelmezése

Fejlesztett tartalmi tudás:
életközösségek ökológiai szemléletű jellemzése

TESTMAGASSÁG MÉRÉSE

A feladat jellemzői

5–6.

Téma:
Az ember szervezete és egészsége

A feladat rövid leírása:
Az osztályba járó tanulók magasságának mérése (centiméterre kerekítve). Az adatok elemzése (átlag, terjedelem, legkisebb, legnagyobb érték) és ábrázolása mérettartományonként (pl. oszlopdiagramon). Az adatok összevetése más osztályok eredményeivel, lányok és fiúk értékeinek összehasonlítása.

Fejlesztett készségek, képességek:
adatok megfigyelése, gyűjtése, rendezése, rögzítése, egyszerű diagramok készítése, értelmezése

Fejlesztett tartalmi tudás:
testarányok és méretek

MOZGÁSOK ÖSSZEFÜGGÉSE ÉLETTANI PARAMÉTEREKKEL

A feladat jellemzői

5–6.

Téma:
Az ember szervezete és egészsége

A feladat rövid leírása:
A tanulók párokban megmérhetik egymás pulzusát és légzésszámát (egy percre vonatkozóan) nyugalomban és terhelés (pl. 20 guggolás) után. Ha vannak sportolók az osztályban, érdemes összehasonlítani az ő paramétereik változását a többiekével, illetve a lányok és a fiúk adatait egymáséval.

Fejlesztett készségek, képességek:
adatok megfigyelése, gyűjtése, rendezése, rögzítése, egyszerű diagramok készítése, értelmezése, együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak rendezése, korrelatív gondolkodás

Fejlesztett tartalmi tudás:
egyszerű kísérletek a mozgás, a pulzus, illetve a légzésszám közötti kapcsolatra

A CUKORBETEGSÉG ÉS A LÁTÁSZAVAR KAPCSOLATA

A feladat jellemzői

9–10.

Téma:
Hormonális szabályozás

A feladat rövid leírása:
Az alábbi szimulációban a cukorbetegség és a látássérülés statisztikai kapcsolatát vizsgálhatjuk meg a feltételes valószínűség segítségével.
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/510281#material/1479243

Fejlesztett készségek, képességek:
a feltételes valószínűség kiszámítása

Fejlesztett tartalmi tudás:
a cukorbetegség és szövődményei

A BETEGSÉGEK KOCKÁZATI TÉNYEZŐI

A feladat jellemzői

9–10.

Téma:
Az ember szervezete és egészsége

A feladat leírása:
A betegségek kockázati tényezőivel a biológia-tananyag számos pontján foglalkozhatunk. Általánosan igaz, hogy ezek vizsgálatához nem a megszokott valószínűségszemlélet szükséges. Az ugyanis, hogy megbetegszünk vagy sem, olyan esemény, amit nem tudunk többször megfigyelni, nem közelíthetjük a relatív gyakoriságával. Olyan eljárásra van szükség, amely a prioriról (olyan gondolkodásra vagy tudásra vonatkozik, amely elméleti dedukcióból alakul ki inkább, mint megfigyelésből vagy tapasztalatból) nyújt információt, ha a megelőzés a célunk. A klasszikus valószínűségi modellt sem hívhatjuk segítségül, hiszen nem beszélhetünk azonos valószínűségi kimenetelekről. A betegségek előjelzéséhez különféle teszteket dolgoztak ki, amelyek eredményeiből következtethetünk arra, mekkora a betegségek kialakulásának kockázata. A módszer megértetéséhez kitölthetünk egy tesztet is, például a cukorbetegséggel kapcsolatban: *http://www.diabetes.hu/findrisk&nofb=true*. Itt jól látható, hogy az egyes válaszokhoz pontértékek tartoznak, amelyek összege rizikókategóriákhoz kapcsolható.

A BERGMANN-SZABÁLY, A KORRELÁCIÓ FELFEDEZÉSE

A feladat jellemzői

9–10.

Téma:
Kapcsolatok az élő és élettelen között

A feladat rövid leírása:
A Bergmann-szabály felfedeztetésével fejleszthető két változó közötti kapcsolat meglátásának képessége. A Bergmann-szabályt tipikusan pingvinfajokon szemléltetik, de más fajoknál (pl. denevér, menyét, medve, fóka, őz) is megfigyelhető. A feladat kivitelezhető például kártyák segítségével, amelyeken az adott faj képe és néhány adata található. A tanulók (csoportok/párok) feladata a kártyák sorba rendezése valamilyen szempont szerint.

Többféle sorrend is kialakítható, például a testtömeg és az elterjedési terület (déli szélességi fokban kifejezve) szerint. A tanulóknak észre kell venniük, hogy a két sorrend megfelel egymásnak. A közöttük lévő kapcsolat koordináta-rendszerben ábrázolható, a pontokra pedig egyenes (trendvonal) illeszthető, ezért az összefüggés az értékek között lineáris. Vagyis az egyik érték változtatása arányosan maga után vonja a másik változását. Evolúciós szempontból a szélességi körök mentén a hőmérséklet változása az, ami a testméret változására kihatott. Ennek okait, előnyeit is érdemes megbeszélni.

Fejlesztett készségek, képességek:
adatok rendezése, ábrázolása, az együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak lejegyzése, korrelatív gondolkodás

Fejlesztett tartalmi tudás:
a biológiai rendszerek térbeli és időbeli változásai, a struktúra és funkció összefüggései az egyed feletti szerveződési szinteken

RAGADOZÓ- ÉS ZSÁKMÁNYPOPULÁCIÓ EGYMÁSRA HATÁSA

A feladat jellemzői

9–10.

Téma:
Kapcsolatok az élőlények között

A feladat leírása:
Ez a tevékenység kapcsolódik az előzőhöz, ebben is meg kell látni a korrelációt, azzal a különbséggel, hogy a korreláció itt késleltetett. Ugyanis a ragadozópopuláció egyedszáma időben megkésve reagál a zsákmánypopuláció egyedszámára. A jelenség részleteiben vizsgálható a Lotka–Volterra-modell segítségével, de ehhez a differenciálegyenletek ismerete szükséges.

Fejlesztett készségek, képességek:
adatok rendezése, ábrázolása, együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak lejegyzése, korrelatív gondolkodás

Fejlesztett tartalmi tudás:
populációk közötti kölcsönhatások: a szabályozás megvalósulása a populációk és a társulások szintjén

MADÁRSÓSKA PH-INDIKÁCIÓJÁNAK VIZSGÁLATA

A feladat jellemzői

9–10.

Téma:
Kapcsolatok az élő és élettelen között

A feladat leírása:
A feladat kapcsolódik az „ERDEI FÉNYVISZONYOK" feladathoz, a harang-görbe elemzésének elméleti hátterét ott részletesen kifejtettük. A mérés le-írása és a további feladatok itt találhatók:

http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/511331#material/854507

Fejlesztett készségek, képességek:
adatok rögzítése, rendezése, ábrázolása

Fejlesztett tartalmi tudás:
életközösségek jellemző paramétereinek vizsgálata

Hasonló, a pH-optimum vizsgálatára irányuló feladatok találhatók az alábbi oldalakon:

A pepszin pH-optimumának vizsgálata**:**
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/511347#material/915397

Tripszin pH-optimumának meghatározása:
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/511349#material/1140131

A GENETIKAI ISMERETEK ELMÉLYÍTÉSE

A feladat jellemzői

9–10.

Téma:
Az öröklődés törvényei

A feladat leírása:
Öröklésmenetek tanulmányozása digitális tananyaggal.

Fejlesztett készségek, képességek:
valószínűségi kísérletek eredményeinek lejegyzése, elemi események való-színűségének kiszámítása

Fejlesztett tartalmi tudás:
öröklött jelleg megjelenésének számszerű megadása (az öröklésmenet ismeretében), példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre

A genetika elválaszthatatlan a matematikától, a valószínűségszámítástól. Az utódok genotípusának, fenotípusának meghatározása bizonyos valószínűségek mellett történik. A témakör lehetőséget ad a függőség (pl. kapcsoltság esetén) és a feltételes valószínűség (pl. ismeretlen szülők lehetséges genotípusának valószínűségei az utód genotípusának ismeretében) gyakorlására is. Az egyes öröklésmenetek gyakorlásához, motiváláshoz segítséget nyújt a következő digitális tananyag: *https://ttko.hu/kbf/kisalkalmazasok.php?c=biol%C3%B3gia#page-1.* Itt lehet keresni a feladatok címe (*Domináns-recesszív öröklésmenet, Intermedier öröklésmenet, Kétgénes öröklődés, Nemhez kötött öröklődés, Öröklődéstípusok*) alapján.

Találunk feladatot egy-, illetve kétgénes, nemhez kötött, intermedier, kodomináns öröklésmenet gyakorlására, de családfaelemzésre is. Az egyes típusokat külön-külön is bemutathatjuk az oldalon található kisalkalmazások segítségével.

A BOXPLOT-DIAGRAM HASZNÁLATÁNAK BEVEZETÉSE

A feladat jellemzői

9–11.

Téma:
Adatok megjelenítése

A feladat leírása:
A boxplot-diagram megismerése és értelmezése biológiai tartalmú példákon keresztül.

Fejlesztett készségek, képességek:
diagram értelmezése, adatok ábrázolása

A tudományos munkákban gyakran használnak boxplot-diagramot (vagy dobozábrát), annak értelmezése azonban nem része a matematika tantervnek. A biológiaóra remek alkalom ennek megismertetésére, majd használatára. A *Geomatech* oldalon több, egymásra épülő feladat segíti e diagramtípus bevezetését egy antropometriai adat, a lábméret segítségével.

A medián és a kvartilisek fogalmát, továbbá a bloxplot-diagram értelmezését mutatja meg ez a feladat:
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/510259#material/736127

A következő feladatban az elsajátított fogalmakat mélyíthetjük el, ellenőrizhetjük, és megalapozhatjuk a boxplot-diagram készítését:
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/510297#material/999871

A bevitt adatok alapján tényleges boxplot-diagramot az alábbi linken elérhető anyag segítségével készíthetünk oszlopdiagramból:
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/510301#material/1000015

A mutatókat csúszka segítségével állíthatjuk be a diagramon, amit leellenőriztethetünk.

A gyakorlatban ennek a grafikontípusnak az igazi jelentőségét az adja, hogy több adatsort egymás mellett ábrázolva alkalmas azok összehasonlítására:
http://tananyag.geomatech.hu/material/simple/id/510295#material/940969

IRODALOM

Abrahamson, D. (2009). A student's synthesis of tacit and mathematical knowledge as a researcher's lesson bridging learning theory. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 4*(3), 195–226.

Adey, P., Shayer, M., & Yates, C. (2001). *Thinking science: The curriculum materials of the CASE project* (3rd ed.). London: Nelson Thornes.

Adey, P., & Csapó, B. (2012). A természettudományos gondolkodás fejlesztése és értékelése. In B. Csapó & G. Szabó (Eds.), *Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus értékeléséhez* (pp. 17–58). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.

Adi, H., Karplus, R., Lawson, A., & Pulos, S. (1978). Intellectual development beyond elementary school VI: Correlational reasoning. *School Science and Mathematics, 78*(8), 675–683.

Batanero, C., Estepa, A., Godino, J. D., & Green, D. R. (1996). Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(2), 151–169.

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). In Research on teaching and learning probability. *ICME-13 Topical Surveys* (pp. 1–33). Cham: Springer International Publishing.

Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's Understanding of Probability: A Literature Review* (full report). London: Nuffield Foundation.

Chiesi, F., & Primi, C. (2009). Recency effects in primary-age children and college students. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 4*(1), 259–274.

Denison, S., Reed, C., & Xu, F. (2012). The emergence of probabilistic reasoning in very young infants: evidence from 4.5- and 6-month-olds. *Developmental Psychology, 49*(2), 243–249.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics.* Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.

Fischbein, E., & Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics, 15,* 1–24.

Gilovich, T., Vallone, R., & Tversky, A. (1985). The hot hand in basketball: On the misperception of random sequences. *Cognitive Psychology, 17,* 295–314.

Hoffrage, U., Gigerenzer, G., Krauss, S., & Martignon, L. (2002). Representation facilitates reasoning: What natural frequencies are and what they are not. *Cognition, 84*(3), 343–352.

Kahnemann, D., & Tversky, A. (1972). Subjective Probability: A Judgment of Representativeness. *Cognitive Psychology, 3*(3), 430–454.

Karplus, R., Adi, H., & Lawson, A. E. (1980). Intellectual development beyond elementary school VIII: Proportional, probabilistic, and correlational reasoning. *School Science and Mathematics, 80*(8), 673–683.

Kovács, E. (2013). A valószínűségi gondolkodás kialakulásának és fejlődésének kutatása. *Iskolakultúra, 23*(9), 17–36.

Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in 'purely random' situations. *Educational Studies in Mathematics, 23*(6), 557–568.

Martignon, L., & Krauss, S. (2009). Hands-on activities for fourth graders: a tool box for decision-making and reckoning with risk. *Mathematics Education, 4*(3) 227–258.

Nunes, T., & Csapó, B. (2011). A matematikai gondolkodás fejlesztése és értékelése. In B. Csapó & M. Szendrei (Eds.), *Tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez* (pp. 17–58). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.

Pálfalvi, J. (2000). *Matematika didaktikusan.* Budapest: Typotex Kiadó.

Polaki, M. V. (2005). Dealing with compound events. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 191–214). US: Springer.

Saffran, J., Aslin, R. N., & Newport, E. L. (1996). Statistical learning by 8-month-old infants. *Science, 274*(5294), 1926–1928.

Szabó, G. (2013). *A valószínűség interpretációi.* Budapest: Typotex Kiadó.

Szendrei, J., & Szendrei, M. (2011). A matematika tanításának és felmérésének tudományos és tantervi szempontjai. In B. Csapó & M. Szendrei (Eds.), *Tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez* (pp. 99–140). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.

Van Dooren, W., Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: The evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 5,* 113–138.

Xu, F., & Garcia, V. (2008). Intuitive statistics by 8-month-old infants. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 105*(13), 5012–5015.

Zhu, L., & Gigerenzer, G. (2006). Children can solve Bayesian problems: The role of representation in mental computation. *Cognition, 98*(3), 287–308.